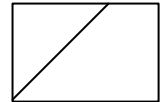
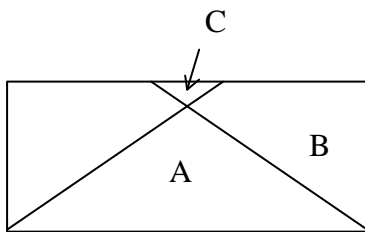


## Ganz schön rechteckige Verhältnisse ...

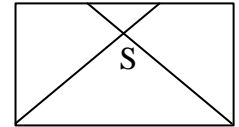
- Vergleiche den 5 € mit dem 50 € Geldschein.
- Drücke die Unterschiede in mm, in mm<sup>2</sup> und Prozentangaben aus.
- Kann man am Schattenbild erkennen, ob es sich um ein 5 € oder 50 € Geldschein handelt?
- Überprüfe die Seitenverhältnisse. Zeichne die Geldscheinrechtecke und ihre Diagonalen in ein Bild. Was fällt Dir auf?
- Wie müsste man den 50 € Schein verändern, damit er dieselbe 'Form' hat wie der 5 € Schein?
- Zeichne eine 45° Linie auf das Geldscheinrechteck zum 50 € Schein. In welche Flächenteile wird der Schein dadurch unterteilt?



- Zeichne zwei sich überkreuzende 45° Linien in das Rechteck. Beschreibe die Teilfläche B. Schätze den Flächenanteil von C an der Rechtecksfläche.
- Messe geeignete Strecken und berechne die Flächeninhalte der Teilflächen A, B, C.
- Welchen Anteil an der Gesamtfläche hat das kleine Dreieck C beim 5 € und beim 50 € Schein.?
- Falte die beiden sich überkreuzenden 45° Linien bei einem DIN-A5 - Rechteck. Welche Besonderheit ist zu erkennen? Lege die 4 Teile eines DIN-A6-Rechteckes auf die Vorlage. Untersuche durch Umlegen der Teile.
- Aus den vier Puzzle-Teilen lassen sich mehrere Figuren legen - versuche es! (s.a. Beispiele).
- Beim DIN-Format für Papier ist das Seitenverhältnis  $1:\sqrt{2}$ . Berechne die Teilflächen in einem Rechteck mit den Seitenlängen 1LE und  $\sqrt{2}$  LE.
- Warum hat das DIN-Format das Seitenverhältnis  $1:\sqrt{2}$  ?
- Bestimme Formeln für die Inhalte der Flächen A, B, C sowie ihre Flächenanteile in einem Rechteck mit den Seitenlängen 1 und k. Interpretiere die beigefügten Schaubilder.

Materialien: Arbeitsanweisung, 5 €, 50 €, Spielgeld, DIN-Papier, Schere, Geodreieck, Taschenrechner, Beispiele für Figuren, Funktionsschaubilder

Lösungshinweise: Ganz schön rechteckige Verhältnisse ....



Vergleich 5 zu 50

50 Seitenlängen:  $a = 7.7$  ;  $b = 14$ ;  $k = \frac{14}{7.7} = 1.8181\dots$  ;  $\frac{1}{k} = 0.55$  ;  $F = 107.8$

kleines Dreieck:  $F_C = 0.49 \text{ cm}^2$  ; Anteil  $\frac{1}{220}$

großes Dreieck:  $F_A = 0.5 \cdot 9.9 \cdot 9.9 \approx 49 \text{ cm}^2$  mit  $\overline{AS} = \sqrt{7^2 + 7^2} \approx 9.899$   
 oder  $F_A = 0.5 \cdot 14 \cdot 7 = 49 \text{ cm}^2$

5 Seitenlängen:  $a = 6.2$  ;  $b = 12$  ;  $k = \frac{12}{6.2} \approx 1.93\dots$  ;  $\frac{1}{k} \approx \frac{1}{0.516}$  ;  $F = 74.4$

kleines Dreieck  $F_C = 0.04723 \text{ cm}^2$  ; Anteil  $\frac{1}{1575}$  ;

Hinweis: Beim 500 Schein ist der Anteil ca. 1/6000

Vergrößerung von 5 nach 50 mit Streckfaktor  $s = \frac{7.7}{6.2} = 1.24$  ;

Vergrößerungsfaktor für die Fläche  $s^2 = 1.44$

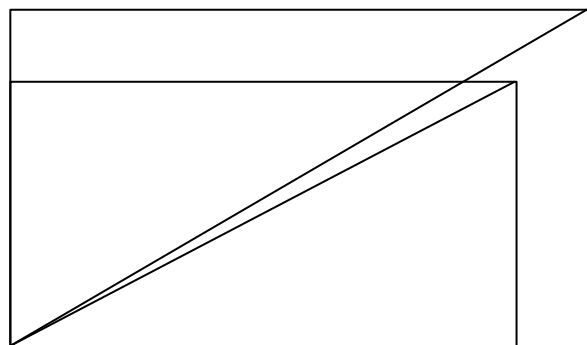
Gleiche Scheinform für 50

$a = 7.7$  ;  $b_{\text{neu}} = 14.86$

oder  $a_{\text{neu}} = 7.25$  ;  $b = 14$

oder  $F = 107.8$  und  
 $a = 7.47$  ;  $b = 14.42$

oder Diagonale konstant  $d = 15.98$   
 $15.97 = a^2 + (1.93a)^2$   
 $a = 7.35$  ;  $b = 14.18$



45° Linie auf dem 50 Schein:

Der Teilungspunkt T teilt die Seite CD im Verhältnis 1 : k .

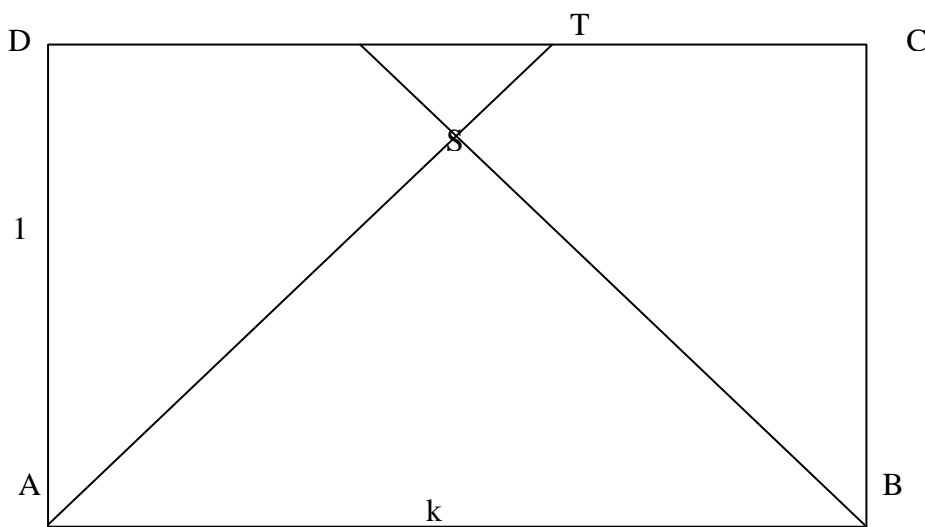
Durch eine 45° Linie wird das Rechteck in Flächen mit den Inhalten  $0.5 a^2$  und  $(k-0.5)a^2$  aufgeteilt.

Somit  $F_1 = 29.7 \text{ cm}^2$  und  $F_2 = 78.1 \text{ cm}^2$

Für  $k = \sqrt{2}$  ergibt sich:  $F = \sqrt{2}$  ;  $F_A = \frac{1}{2}$  ;  $F_B = \sqrt{2} - 1$  ;  $F_C = 1.5 - \sqrt{2}$

Im DIN-Rechteck schneiden sich die Faltnlinien rechtwinklig.

$$\begin{aligned} \text{Anteile zu } F_A: & \quad \frac{0.5}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \approx 0.35 > \frac{1}{3} ; \\ \text{zu } F_B: & \quad \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.29 < 30\% \\ \text{zu } F_C: & \quad \frac{1.5}{\sqrt{2}} - 1 = \frac{3}{4}\sqrt{2} - 1 \approx 0.0606 < \frac{1}{16} \end{aligned}$$



Allgemeine Berechnung der Flächenteile für Seitenlängen 1 und k

Rechtecksfläche  $k$  FE ;      Dreieck ATD  $\frac{1}{2}$  ;      Dreieck ATB  $\frac{k}{2}$

Großes Dreieck ASB  $\frac{1}{2} k \frac{k}{2} = \frac{k^2}{4}$  ;      Sehnenviereck  $k - \frac{1}{2} - \frac{k^2}{4}$

Kleines Dreieck  $\frac{1}{2} - (k - \frac{1}{2} - \frac{k^2}{4}) = \frac{k^2}{4} - k + 1$  ;  $\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} k \right)^2$  ;

Die Kurven zu  $y = \frac{k^2}{4}$  ;  $y = \frac{k^2}{4} - k + 1$  und zu  $y = k - \frac{1}{2} - \frac{k^2}{4}$  haben  $P(1/\frac{1}{4})$  gemeinsam - nämlich für  $k = 1$  , d.h. beim Quadrat. Entsprechendes gilt für die Kurven zu den Flächenanteilen.